

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS EM
SALA DE AULA A PARTIR DO ESTUDO DE UMA
SITUAÇÃO REAL**

LUIZ ALBERTO BRETAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção

**FLORIANÓPOLIS
2001**

LUIZ ALBERTO BRETTAS

**CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS EM
SALA DE AULA A PARTIR DO ESTUDO DE UMA
SITUAÇÃO REAL**

**Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do título de MESTRE EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO no Programa de Pós-Graduação em Engenharia
de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.**

Florianópolis, 10 de agosto de 2001.

Prof. Ricardo Miranda Barcia, PhD.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA:

**PROF^a. EDIS MAFRA LAPOLLI, DR^a.
ORIENTADORA**

**PROF. JOÃO ARTUR DE SOUZA, DR.
EXAMINADOR EXTERNO**

**PROF. GERTRUDES A. DANDOLINI, DR^a.
EXAMINADORA EXTERNA**

“Todo ser humano deveria ser capaz de trocar uma fralda, carnear um porco, pilotar um avião, projetar um edifício, escrever um soneto, controlar um orçamento, construir um muro, fixar um osso, confortar moribundos, cumprir ordens, dar ordens, cooperar, agir sozinho, resolver equações, analisar um novo problema, carregar estrume, programar um computador, fazer uma refeição saborosa, lutar com bravura e morrer corajosamente. A especialização é para os insetos!”

(Robert Heinlein)

A meus pais, Alfredo e América.

Agradecimentos

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para que eu pudesse realizar este trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro.

À Universidade Federal de Pelotas, pela liberação de minhas atividades acadêmicas para realização deste Mestrado.

À Universidade Federal de Santa Catarina, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

A todos os educadores com que tive a felicidade de cruzar em meu caminho.

A todos os meus alunos por contribuírem para meu crescimento profissional.

Aos colegas professores do Programa de Formação para Professores Leigos, por me oferecerem novos saberes imprescindíveis à nossa profissão.

Aos professores membros da banca examinadora pela avaliação e contribuição para o aperfeiçoamento deste trabalho.

Ao colega e amigo Roberto Raittz, pelas agradáveis e poderosas conversas.

À Prof^a. Edis Mafra Lapolli, pela orientação, incentivo e confiança recebidos durante a execução deste trabalho e por sua energia e alegria.

Ao colega Lino Haack, pelas valiosas explicações e sugestões de abordagens teóricas para o texto.

Um agradecimento todo especial a meus irmãos e irmãs, ao Andrei, à Camila, à Mara e à Gabriele, que sempre souberam estar a meu lado, sofrendo ou vibrando comigo.

E finalmente, a todo esse conjunto de prós e contras, coisas e seres (concretos ou não) que fazem parte de tudo o que vivemos...

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VIII
LISTA DE TABELAS	IX
RESUMO	X
ABSTRACT	XI
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Origem do trabalho	1
1.2 Objetivos do Trabalho	2
1.2.1 Objetivo Geral	2
1.2.2 Objetivos Específicos	2
1.3 Justificativa e Importância do Trabalho	3
1.4 Estrutura do Trabalho.....	4
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	5
2.1 Introdução	5
2.2 Aspectos Intervenientes da Aprendizagem	8
2.2.1 O aluno é o agente da aprendizagem	8
2.2.2 O que se tem para aprender deve representar algum significado para o aluno	10
2.2.3 É importante que os alunos realizem tarefas coletivas	12
2.2.4 O conhecimento precisa ser construído em sala de aula	14
2.3 Das Competências do Professor	16
2.3.1 Organizar e dirigir situações de aprendizagem.....	17
2.3.2 Administrar a progressão das aprendizagens	18
2.3.3 Conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação.....	19
2.3.4 Envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho	20
2.3.5 Trabalhar em equipe	22
2.3.6 Participar da administração da escola	22
2.3.7 Informar e envolver os pais	23
2.3.8 Utilizar novas tecnologias.....	23
2.3.9 Enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão.....	24
2.3.10 Administrar sua própria formação contínua	25
3 MODELO PROPOSTO.....	28
3.1 Considerações Iniciais	28

3.2	Modelo Proposto	28
3.3	O mesmo Modelo: Uma outra Proposição.....	34
3.4	Considerações finais	35
4	APLICAÇÃO.....	36
4.1	Considerações Iniciais	36
4.2	Descrição da Turma.....	36
4.3	Atividades de Revisão de Pré-Requisitos	36
4.4	Material utilizado	37
4.5	Procedimentos	37
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.	48
5.1	Conclusões	48
5.2	Recomendações para Futuros Trabalhos	49
	BIBLIOGRAFIA	50

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1: Material utilizado pelos alunos na experiência.....	37
Figura 4.2: Construção de uma pista por onde o carro andaria	38
Figura 4.3: Carro andando numa pista	39
Figura 4.4: Execução de tomada de tempo com cronômetro.....	39
Figura 4.5: Alunos realizando tomadas de tempo com o carrinho deslocando-se sobre uma pista marcada num pedaço de formulário contínuo em sala de aula.....	41
Figura 4.6: Alunos fazendo tomadas de tempo com o carrinho deslocando-se sobre a mesa de um laboratório de química.....	42
Figura 4.7: Pista desenhada com giz no piso de um laboratório de química	42
Figura 4.8 Primeiro gráfico do grupo "Therê"	43
Figura 4.9: Primeiro gráfico do grupo "Temporal"	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Primeira tabela construída pelo grupo “Therê” 43

Tabela 4.2: Primeira tabela construída pelo grupo “Temporal” 44

RESUMO

Esta dissertação apresenta um modelo de aula com o objetivo de fazer com que alunos da primeira série do ensino médio construam os conceitos de função linear e afim a partir de atividades de observação do movimento de carros elétricos de velocidade constante, e de construção de tabelas e gráficos. Essa proposta vai ao encontro da idéia da construção do conhecimento pelo próprio aluno. É relatada experiência em sala de aula que utilizou essa proposta. São sugeridas, também, outras propostas alternativas com a mesma finalidade.

ABSTRACT

This work presents a mathematics class model that leads students for constructing the concept of first degree polynomial function. That construction is done by observing little electric cars moving at constant speed, drawing tables and grafics. This proposal matches the concept of students constructing knowledged themselves. This work also expose an experience that used this model and sugestions for alternative ways for the same objective.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Origem do trabalho

O ensino da matemática tem passado por grandes mudanças nos últimos anos. É verdade que, com frequência, professores de matemática ainda ministram suas aulas como se fazia a cem anos atrás. Por outro lado, alguns educadores da área têm buscado novas alternativas de como abordar os conteúdos que se julgam importantes para a formação dos jovens. A principal preocupação é com a perspectiva utilizada, enquanto tradicionalmente a tarefa de ensinar é centrada no professor, em contraposição a isso, as novas tendências buscam retomar o caminho por onde a aprendizagem realmente acontece: é o aprendiz quem aprende e é a partir dele que se devem construir os saberes.

A presente dissertação pretende propor uma alternativa de como se pode fazer com que alunos do ensino médio, a partir da análise de uma situação concreta, construam os conceitos de função linear e função afim e identifiquem algumas relações e representações matemáticas relativas a esses conceitos e os fenômenos que eles podem representar.

Essa idéia surgiu quando da execução de um projeto de ensino/extensão, chamado Curso de Atualização em Funções, em 1997 na Universidade Federal de Pelotas (UFPel). Nesse Curso, professores de matemática da cidade de Pelotas e de cidades vizinhas participaram de experiências e estudos com professores da UFPel na busca de aprofundar seus conhecimentos de matemática e encontrar alternativas de mudanças em suas práticas de sala de aula.

Essa proposta consiste, essencialmente, em se colocarem os alunos trabalhando em pequenos grupos para analisar o movimento de carrinhos elétricos de brinquedo do ponto de vista referencial de física e matemática. Os alunos são orientados no sentido de fazerem algumas tarefas (tomadas de tempo, construção de tabelas, elaboração de cálculos elementares e construção de gráficos) que os levem a perceberem, por si mesmos, as relações que determinam a construção de funções lineares e afins. A perspectiva para essas atividades é de que os alunos construam, eles próprios, os

conceitos, sem que o professor lhes diga quais relações aparecerão (pois a própria experiência as mostrará aos alunos) e que resultados conseguirão em cada etapa. O papel do professor será o de indicar que tarefas os alunos precisarão executar para poderem perceber essas relações.

1.2 Objetivos do Trabalho

1.2.1 Objetivo Geral

Oferecer aos professores do ensino médio de matemática um conjunto de atividades que permitem aos estudantes aprenderem conceitos de matemática a partir da observação sistemática de uma realidade concreta. Essas atividades estão dentro da perspectiva da construção do conhecimento pelos próprios alunos. Oferecer, também, referencial teórico que embasa a estratégia de se usarem essas atividades.

1.2.2 Objetivos Específicos

Apresentam-se os objetivos específicos em dois blocos. Essa dissertação pretende:

1) Oferecer a professores do ensino médio de matemática uma proposta de como, usando material concreto que faz parte da realidade dos alunos, se pode:

- Envolver os alunos em seu processo de aprendizagem;
- Provocar a aprendizagem dos conceitos de função linear e função afim (ou “função polinomial de primeiro grau”);
- Provocar a compreensão das relações entre representações algébricas, representações geométricas e uma realidade concreta;
- Provocar a identificação de relações funcionais lineares com possíveis realidades que possam representar.

2) Oferecer um conjunto de referências que provoquem, no professor de matemática:

- A busca de novas competências, desejáveis para esse tipo de proposta;
- A consciência da necessidade de se centrar a aprendizagem na realidade do aluno e não nos livros técnicos, no estado cognitivo do professor ou no estado em que o mesmo espera que os alunos se encontrem;
- Uma avaliação geral de sua prática;
- A consciência de que são necessárias mudanças profundas nas práticas dos professores em sala de aula;
- A consciência de que é possível essa mudança em sua concepção de como se deve ensinar;
- Um novo estudo do que realmente significam os conceitos matemáticos que pretende que seus alunos aprendam;
- O aumento da observação da realidade a sua volta na busca de alternativas viáveis de serem usadas para ensinar.

1.3 Justificativa e Importância do Trabalho

Todos os professores que participaram do Curso de Atualização em Funções, citado no item 1.1, queixaram-se da falta de material de referência para professores de matemática do ensino médio que objetivassem a orientação para a preparação de situações de aprendizagem que levassem o aluno a construção de conceitos. Via de regra, do que eles dispõem são textos tradicionais que nada mais apresentam do que o conteúdo, mudando apenas a forma de organização ou, em alguns casos, apresentando exemplos de aplicação de conteúdos em situações reais ou atividades recreativas de fixação.

Na busca de material alternativo na direção da construção do conhecimento pelo próprio aluno, encontram-se apenas referências esparsas e que não oferecem opções concretas nesse sentido.

Este trabalho vem ao encontro dessa demanda. Por um lado, oferecendo orientação no sentido da construção de conceito matemático que normalmente é trabalhado na primeira série do ensino médio; por outro, oferecendo referências e

indicações de como se podem construir outras situações de aprendizagem relacionadas a outros conceitos.

1.4 Estrutura do Trabalho

No primeiro capítulo, apresenta-se uma breve descrição do trabalho, seus objetivos e a justificativa para o desenvolvimento do mesmo.

No segundo capítulo, apresentam-se os aspectos teóricos envolvidos direta e indiretamente com essa proposta. Apresentam-se, também, posições de diversos pesquisadores sobre as questões que intervêm no ofício de ensinar. Entende-se que essa seção representa um conjunto de justificativas suficientes para embasar a defesa da utilidade dessa proposta como um modelo para aulas de matemática cujo objetivo seja a construção daqueles conceitos.

No terceiro capítulo, apresenta-se a descrição detalhada da proposta, bem como uma alternativa a ela no caso em que não se tenham condições materiais para se utilizá-la.

No capítulo seguinte, apresenta-se um breve relato feito pelo autor desta dissertação, cujos fatos apresentados determinaram alguns dos passos tomados na direção que resultou, entre outras coisas, nessa proposta. Apresentam-se, também nessa seção, exemplos de execução de experiências do uso dessa proposta com grupos de alunos da 1^o ano do ensino médio.

O último capítulo é constituído das conclusões tiradas da realização dos estudos que levaram a construção desta dissertação, bem como são apresentadas recomendações para futuros trabalhos.

Finalmente, a bibliografia utilizada no desenvolvimento deste trabalho é listada.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Introdução

No mundo todo, pensadores têm-se voltado à questão da educação. Os mais diversos aspectos dessa questão (políticos, de fundamentação pedagógica, de práticas de ensino, etc.) têm ocupado espaços cada vez maiores nas edições de revistas e livros científicos.

Esse fato não deve representar algo espantoso para professor algum, uma vez que a educação é a chave da sobrevivência humana.

A capacidade de entendermos o mundo a nossa volta, de interferir nos processos naturais e criar novos processos que possam alterar possíveis realidades futuras e de avaliar resultados dessas interferências e criações foram as características que nos permitiram chegar até onde chegamos em ciência e tecnologia.

Por outro lado, é de conhecimento geral que poucos dos objetivos de se educarem as populações têm sido alcançados, mesmo em países desenvolvidos (Schank & Cleary, 1995).

Particularmente no Brasil, passa-se ainda por uma dura realidade. Para ilustrar isso, cite-se que o aproveitamento escolar no primeiro grau, em 1993, girava em torno de 30% (Demo, 1993). Isso representa, no mínimo, um imenso desperdício de recursos humanos e materiais.

Muitas são as razões apontadas como causas desse tipo de problema. Listamos algumas delas:

- Boa parte de nossas crianças vive em condições de miséria, onde não encontram estímulos para se desenvolverem intelectualmente;
- Nossas escolas não dispõem de infraestrutura adequada;
- Boa parte de nossos professores tem formação precária;

- Os salários dos professores não representam um mínimo aceitável para a sobrevivência digna dos mesmos, o que leva os professores a trabalharem em mais de uma escola, não dispondo, assim, de tempo suficiente para prepararem melhor suas aulas;
- O material didático de referência (principalmente, livros) é de qualidade discutível;
- Os programas das disciplinas não são flexíveis e não têm sido adaptados a medida que a sociedade evoluiu.

Tornou-se lugar-comum para os professores colocarem as culpas do pobre desempenho das escolas na educação dos alunos em outro lugar que não em si mesmos. Tendem a supervalorizar os cinco primeiros itens acima e a esquecer que a prática de sala de aula acontece devida a suas próprias posturas ante o processo: como planejam as aulas, se pesquisaram a respeito dos assuntos das mesmas para se atualizarem, se conhecem realmente seus alunos (e se levaram em conta esse conhecimento quando da preparação das atividades escolares).

Porém, um fato altamente relevante que se pode lembrar aqui é que as dificuldades de se conseguirem bons resultados em seus trabalhos nas escolas não existem somente para professores brasileiros (ou de países menos favorecidos), mas, também, em países altamente desenvolvidos como os EUA (Schank & Cleary, 1995), onde os itens supervalorizados citados acima não representam problema significativo para as atividades de ensino nas escolas.

Assim, levando em conta que, na prática, é o professor quem determina como serão suas aulas, esse pode ser um ponto de partida para que se proponham alternativas na direção da melhoria do ensino.

Tem-se consciência que, ainda hoje, o professor exerce um papel, muitas vezes, semelhante ao de um apresentador de um monólogo num anfiteatro. Ainda que, algumas vezes, ele solicita a participação dos alunos com respostas a perguntas propostas por ele próprio, via de regra o único a atuar ativamente no processo é o professor. Ele espera que seu discurso obtenha o sucesso desejado, que ele represente uma igualdade de tratamento para seus alunos - enfim, que suas aulas representem oportunidades para todos os alunos aprenderem. A falácia que diz que, se apresentarmos uma mesma coisa

de uma mesma maneira para todos, estaremos sendo democráticos, foi a grande geradora do molde para nossas aulas tradicionais.

Por outro lado, existem professores que tentam, sem muito sucesso dentro de suas limitações conceituais (a respeito de como a aprendizagem ocorre), melhorar a qualidade de seu trabalho. Whitehead, em seu “The aims of education”¹ (1951), já alertava para um dos erros comuns que são cometidos pelos professores que é o de pensar que a mente precisa ser “afiada” primeiro pelo aprendizado da teoria para depois aplicar essa teoria em situações hipotéticas ou reais.

“A mente não está, em momento algum, passiva; ela está em perpétua atividade, delicada, receptiva e responsiva a estímulos. Você não pode fazer com que ela espere para viver enquanto você da forma a ela” (Whitehead, 1951)².

Por muito tempo, tinha-se acreditado que as competências básicas de um bom professor eram o conhecimento profundo do assunto que ele deve ensinar e capacidade de organizá-lo de forma eloqüente a seus alunos.

É evidente que essas competências são necessárias para o ensino, mas não representam o suficiente.

Whitehead (1951) lembra de um provérbio sobre a dificuldade de se ver a madeira por causa das árvores, observando que esse provérbio toca exatamente no ponto onde ele deseja: que, na verdade, o problema da educação é fazer com que o estudante veja a madeira *por meio das árvores*. Além disso, ele salienta que não são as palavras, por mais bem escolhidas que sejam, que determinarão o engajamento dos estudantes num aprendizado.

“Eu não consigo contemplar uma leitura estimulando, de uma vez por todas, uma classe admirada. Essa não é a maneira como a educação funciona... É

¹ “Os objetivos da educação”

² “The mind is never passive; it is a perpetual activity, delicate, receptive, responsive to stimulus. You can not postpone its life until you have sharpened it.”

preciso fazer com que os alunos sintam que estão estudando alguma coisa, e não meramente executando danças intelectuais” (Whitehead, 1951)³.

A medida que se tem pesquisado bastante como acontece a aprendizagem e como ela deve ser conduzida pelos professores, diversos aspectos que, a algumas décadas atrás, não eram sequer levados em conta pelos professores, hoje estão no topo de suas preocupações.

Na próxima seção, destacam-se alguns desses aspectos.

2.2 Aspectos Intervenientes da Aprendizagem

2.2.1 O aluno é o agente da aprendizagem

As atividades, as condições para execução das mesmas e os conceitos que se deseja que os estudantes construam devem levar em conta principalmente o nível cognitivo em que se encontram os próprios, uma vez que uma falha nesse sentido pode levar a uma grande frustração ou decepção. Há, ainda, professores que tendem a pensar nos conceitos que devem ser trabalhados com seus alunos como algo pronto e acabado e que, por isso, é suficiente apresentá-los ao aluno que ele os absorverá.

"O saber não é algo pré-fabricado. Cada um precisa reconstruí-lo. O aluno necessita ser guiado na construção de seu saber. É a relação de mediação que assegura a qualidade do encaminhamento do aluno em sua busca do saber. Ao longo da interação que se estabelece entre a professora ou professor e o aluno, encontram-se atividades que visam aos processos intelectuais de pensamento e de raciocínio" (Saint-Onge, 1999).

Particularmente os professores de matemática costumam apresentar conceitos e relações importantes, do ponto de vista da área, como se não houvesse necessidade de (re)construções pelo aluno. Não é dada a chance para que o aluno reflita sobre uma situação (que pode ser real, representação de uma possível realidade ou, mesmo,

³ "..., I am not contemplating one beautiful lecture stimulating, once and for all, and admiring class. That is no the way in wich education proceeds. ...The pupils have got to be made to feel that they are studying something, and are not merely executing intellectual minuets."

abstrata) e perceba, ele próprio, as relações que nela aparecem. Um exemplo clássico de como isso acontece é a tentativa de se ensinar aos alunos o Teorema de Pitágoras. A maneira bastante comum de se tentar ensiná-lo é a de apresentar o teorema (com um desenho bem feito de um triângulo retângulo genérico, onde estão identificadas as medidas dos catetos a e b e a hipotenusa c); depois, apresentar outros exemplos que “confirmam” a relação $a^2 + b^2 = c^2$. Se, ao invés desses procedimentos, fosse solicitado aos alunos que representassem alguns triângulos, identificassem suas medidas e calculassem, para cada um desses triângulos, as expressões $a^2 + b^2$ e c^2 , pode-se ter certeza de que eles perceberiam a igualdade desses dois valores, a menos de pequenos erros de medidas. Esses pequenos erros podem ser minimizados através da construção de triângulos grandes - essa atividade pode ser feita, inclusive, na quadra de esportes ou no ginásio da escola, medindo-se com fitas métricas adequadas. Os próprios estudantes teriam identificado essa relação; ela não teria “caído do céu do conhecimento construído pelos gênios da antiguidade”.

Também o estudante precisa estar motivado a aprender. Freire & Shor (1986) apresentam-nos indicações de que, se as aulas vão ao encontro dos interesses dos alunos, o resultado pode ser muito melhor.

"O problema da motivação paira sobre as escolas como pesada nuvem. Todos nós sabemos que os estudantes, desmotivados dentro da escola, podem ter muita motivação fora dela. A cultura do consumo manipula seus hábitos de comprar. Encontram também amplo espaço fora da escola e do lar para construir sua cultura subjetiva do sexo, da amizade, dos esportes, das drogas, da música e assim por diante. Quando os estudantes realmente querem alguma coisa, movem céus e terras para consegui-la. Conseguem carros baratos, e pechinham o seguro do carro, arranjam emprego de meio período durante o Natal, conseguem o aparelho de som mais barato, ou uma nova guitarra, ou o ingresso para um show, ...Em tais circunstâncias, empenham sua sagacidade" (Freire & Shor, 1986).

Exemplifica-se como pode isso ser levado em conta em atividades de sala de aulas. Tomemos a consciência de um fato conhecido : a grande maioria dos estudantes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio tem contato freqüente com bicicletas, possui e usa bicicletas ou, ao menos, gostaria de ter uma. É natural, e esperado, que todas as

crianças se perguntem, ao menos uma vez, como funcionam esses mecanismos que permitem a eles pedalam e se divertirem em suas bicicletas. De um lado, o que acontece muitas vezes (especula-se que seja a maioria das vezes) é que eles não dispõem de alguém que os ajude a conseguir as respostas a suas perguntas quando eles têm interesse em perguntar. Por outro lado, o próprio uso desses veículos, a velocidade, o deslocamento, o equilíbrio, a química e a física envolvida na lubrificação de alguns componentes são conceitos que se pretende que os estudantes construam.

Uma observação importante de se fazer é que certas atividades úteis na construção de conhecimentos podem surgir desde as manifestações dos próprios estudantes. A simples menção do uso de bicicletas pode incitar os estudantes a pedir para serem realizadas corridas, testes de equilíbrio ou desmontagem, regulagem e montagem de componentes das bicicletas.

Particularmente, no ensino da matemática, há exemplos de conceitos que podem ser trabalhados usando-se componentes da bicicleta. Apresentam-se dois deles. O conceito de mínimo múltiplo comum aparece quando estudamos a relação existente entre as rodas dentadas do pedal e da roda traseira. A identificação da relação que gera o número π aparece quando estudamos a relação entre o raio de roda (tomando-se o cuidado de se diferenciar o significado de “raio” no sentido da parte da roda da bicicleta do significado de “raio” no sentido matemático) e o comprimento da circunferência determinada pelos pneus das mesmas. Essas idéias seguem-se, também, no sentido do que é tratado na próxima seção: a importância do significado do que se está estudando.

2.2.2 O que se tem para aprender deve representar algum significado para o aluno

Conquanto o agente da aprendizagem é o próprio estudante, os conceitos a serem construídos pelos alunos, as informações que se deseja que eles aprendam e as habilidades que se quer que eles obtenham devem ter claros significados para eles. Com frequência, os assuntos que são tratados nas aulas de uma determinada disciplina não se apresentam claramente relacionados a assuntos de outras disciplinas ou a outros conceitos e fatos da realidade não escolar (embora, em sua totalidade, os assuntos previstos nos programas oficiais sejam sempre relacionados a outras áreas além daquela na qual está sendo tratado oficialmente).

Esse aspecto interdisciplinar de qualquer conhecimento tem merecido bastante atenção de pesquisadores da área da educação nas últimas décadas. Já Descartes, no século XVII, observava a importância dele.

“...Então nós precisamos acreditar que todas as ciências estão assim interligadas, que é muito mais fácil estudá-las todas juntas do que isolando uma de todas as outras. Se, portanto, qualquer um deseja pesquisar sobre a verdade das coisas de forma séria, ele não deve selecionar uma ciência especial; pois todas as ciências estão ligadas entre si e são interdependentes; e precisa, sim, pensar em como aumentar a luz natural da razão, não com o propósito de resolver esta ou aquela dificuldade do tipo escolástico, mas para que sua compreensão possa iluminar sua vontade para sua própria escolha em todas as contingências da vida” (Descartes, 1955)⁴.

Entende-se por interdisciplinaridade a transposição ou deslocamento de um sistema construído para o outro. Assim, na utilização de determinado mecanismo de uma determinada área de conhecimento em outra com o objetivo de resolver problemas inerentes à última não constituiria, conceitualmente, em algo interdisciplinar, enquanto não for levada em conta a relação entre os conceitos referentes à situação de cada uma dessas áreas.

É importante observar-se que não se pode esperar que os alunos possam descobrir, sem orientação adequada, essas relações entre conceitos de áreas diversas.

"Quando a aprendizagem significa a memorização de informações significativas, a construção de modelos úteis na interpretação da realidade e na elaboração de métodos que guiam a ação, o ensino não se limita ao registro das informações. Para que aprender signifique construir seu próprio saber, é preciso pensar. Aprender é pensar, é fazer operações por meio das informações. A aprendizagem escolar é pensar em conjunto de uma forma nova, a fim de descobrir novas significações, de guiar nossa ação de maneira

⁴ "... Hence we must believe that all the sciences are so inter-connected, that it is much easier to study them all together than isolate one from all the others. If, therefore, anyone wishes to search out the truth of things in serious earnest, he ought not to select one special science; for all the sciences are conjoined with each other and interdependent: he ought rather to think how to increase the natural light of reason, not for the purpose of resolving this or that difficulty of scholastic

mais satisfatória... Ora, para pensar bem é preciso conectar as informações, organizá-las, estruturá-las, relacioná-las a outros conhecimentos... Essas operações complexas não são instantâneas nem mesmo automáticas. Elas devem ser suscitadas e guiadas. O papel do ensino é igualmente guiar o conjunto do processo de aprendizagem" (Saint-Onge, 1999).

Ainda nessa direção, Saint-Onge (1999) chama a atenção para a importância do trabalho do professor na organização do conteúdo.

" Por mais atraentes que possam parecer as atividades de aprendizagem propostas pelo professor, é preciso que o conteúdo pareça pertinente aos alunos para que eles queiram aprendê-lo. É por isso que o professor, se deseja envolver os alunos no estudo, precisa organizar o conteúdo de seu curso de maneira a ser significativo para eles" (Saint-Onge, 1999).

A compreensão de uma realidade depende do poder de estabelecer vínculos entre as informações a ela relacionadas. São necessárias a identificação da natureza desses vínculos e a coerência nas proposições geradas a partir do estabelecimento dos mesmos. Também devem ser identificadas relações de inclusão, estruturadas as seqüências, estabelecidas comparações, etc. (cf. Saint-Onge, 1999).

2.2.3 É importante que os alunos realizem tarefas coletivas

Um dos objetivos principais da educação é a de formar cidadãos capazes de participarem ativamente de empreendimentos em grupos, sejam esses com fins comunitários e sociais ou com finalidade a satisfazer os desejos de um conjunto restrito de pessoas, como é o caso do trabalho em empresas.

Assim, é importante que os estudantes aprendam a trabalhar em grupo.

Os primeiros anos de vida das crianças são, via-de-regra, envoltos em atividades de grupo. Desde cedo, elas brincam com familiares, amigos da vizinhança onde moram ou com colegas de creche. A escola formal é que tem, em geral, quebrado esse costume salutar. Além disso, é sabido que os estudantes conseguem resultados muito melhores

quando desenvolvem seus estudos em grupos, de acordo com o que afirmam Crawford & White(1999):

“Muitos exercícios de resolução de problemas, especialmente quando eles envolvem situações reais, são complexos. Estudantes, trabalhando individualmente, algumas vezes podem não fazer progressos significativos no período de uma aula e podem se tornar frustrados a menos que o professor os guie passo a passo. Mas estudantes trabalhando em grupos podem suportar esses problemas complexos sem ajuda externa. Quando a Sr^a Herrera, o Sr. Anderson e a Sr^a Hayes⁵ usam grupos liderados pelos próprios estudantes para executar exercícios ou atividades manuais, eles estão usando a estratégia da aprendizagem cooperativa no contexto da troca, resposta e comunicação com outros aprendizes.

“Trabalhando com seus pares em pequenos grupos, a maioria dos estudantes sentem-se menos desconfortáveis e podem fazer perguntas sem a ameaça de se sentirem embaraçados. Eles, também, claramente explicarão sua compreensão dos conceitos ou recomendarão um enfoque na resolução do problema para o grupo. Ao escutarem os outros, os estudantes reavaliam e reformulam seu próprio senso de compreensão. Eles aprendem a valorizar a opinião dos outros porque, às vezes, uma estratégia diferente mostra-se como um melhor enfoque no problema.”

Enquanto os professores acharem que representam a única fonte capaz de impulsionar e regular a aprendizagem dos alunos, estarão perdendo oportunidades de

⁵ Herrera, Anderson e Hayes foram os pseudônimos de professores reais cujos trabalhos foram estudados pelos autores. O original, em inglês, apresenta-se a seguir nessa citação.

"Many problem-solving exercises, especially when they involve realistic situations, are complex. Students working individually sometimes cannot make significant progress in a class period and become frustrated unless the teacher provides step-by-step guidance. But students working in groups can often handle these complex problems with little outside help. When Ms. Herrera, Mr. Anderson, and Ms. Hayes use student-led groups to complete exercises or hands-on activities, they are using the strategy of cooperating-- learning in the context of sharing, responding, and communicating with other learners.

"Working with their peers in small groups, most students feel less selfconsciousness and can ask questions without a threat of embarrassment. They also will more readily explain their understanding of concepts or recommend a problem-solving approach for the group. By listening to others, students re-evaluate and reformulate their own sense of understanding. They learn to value the opinions of others because sometimes a different strategy proves to be a better approach to the problem."

oferecer, a estes, situações onde as interações sociais levem à construção do conhecimento. Num trabalho cooperativo, as trocas de experiências ocorrem com maior frequência do que num estudo feito unicamente a partir do professor ou mesmo no caso do estudo a partir do aluno só que desenvolvido individualmente. É claro que a administração desse tipo de atividade precisa ser feita cuidadosamente. Mais adiante, tratar-se-á dessa questão com maior profundidade.

2.2.4 O conhecimento precisa ser construído em sala de aula

Grande parte dos professores tem como prática em sala de aula a apresentação de conteúdos que eles consideram prontos que não carecem de uma (re)construção ou mesmo de elaborações adicionais pelos alunos.

Todo aluno dispõe, no momento da aprendizagem, de uma estrutura cognitiva prévia. A aprendizagem deve gerar alterações positivas em termos quantitativos e qualitativos nessa estrutura (Saint-Onge, 1999). Uma vez que um dado conhecimento é apresentado em sua síntese como completo, não é dada ao aluno a oportunidade de estabelecer as relações entre as variáveis ou fatos determinantes na construção desse conhecimento e os constituintes da estrutura cognitiva prévia de sua mente. Esse tipo de prática ainda é predominante. A respeito, escrevem Freire & Faundez(1985):

“(Antonio falando) : ...a verdadeira ciência é a que, partindo do concreto e mediada pelo conceito, retorna ao concreto. E este é um ciclo permanente. No entanto, a Ciência, tal qual os intelectuais a entendem atualmente e tal qual é ensinada nas Universidades, consiste em partir do conceito, retornar ao concreto e em seguida regressar novamente ao conceito.”

Um conteúdo que foi construído pelo aluno será muito mais facilmente resgatado quando necessário, uma vez que a rede de informações estabelecida na mente do aluno para entender esse conteúdo foi criada usando sua própria estrutura cognitiva prévia com as informações que nela já estavam contidas.

Considere-se, novamente, o exemplo da seção 2.2.1 sobre o conceito do número Pi. Intrínseca a esse conceito está a equação que permite o cálculo do comprimento de uma circunferência. A maneira que se trabalha esse assunto em sala de aula, muitas vezes, é a seguinte: apresenta-se aos alunos a relação $c = 2\pi r$ (que permite o cálculo do

comprimento da circunferência a partir de seu raio), onde c é o comprimento da circunferência de raio r e se diz que π significa “o número de vezes que o comprimento do raio cabe no comprimento da semicircunferência” (como consta em diversos livros de matemática básica), mostrando com exemplos a veracidade do fato. O professor poderia obter melhores resultados colocando os alunos na condição de estudarem diversas circunferências (que podem, inclusive ter sido escolhidas por eles mesmos) e verificarem o que acontece com o quociente $\frac{c}{r}$ para cada uma das circunferências. Haveria a percepção de que esse quociente é sempre um valor próximo de 6,2 (a menos de pequenos erros de medidas) e a suspeita de que $\frac{c}{r} = 6,2$ para qualquer circunferência de raio r . Se o professor solicitar que eles isolem c na equação, os alunos obterão a equação $c = 6,2r$. No momento que os alunos chegam nesse estágio, é importante que o professor informe-lhes sobre o que eles perceberam, dizendo-lhes que o número que calcularam é dobro do famoso número Pi (apresentando-lhes o símbolo e um pouco da história do mesmo). Observa-se que, deste modo, o aluno estaria “descobrimdo”⁶ o conceito desse número π e a equação $c = 2\pi r$.

Ainda nessa direção, Baraldi (1999) disserta sobre o que chama de *ensino por descoberta*, que é o ensino que possibilita aos alunos *construírem*, por si mesmos, o conhecimento, indicando que:

"O ensino por descoberta representa um meio para ocasionarmos a aprendizagem significativa.

"Numa situação de ensino e aprendizagem por descoberta os conceitos e princípios não estão apresentados explicitamente, cabendo ao aluno 'induzi-los', através de exemplos ou problemas propostos pelo professor.

"Ou seja, cabe ao aluno agir sobre uma determinada situação ou objetos; realizar distinções, elaborações, reorganizações entre situações e conceitos a fim de gerar novos conceitos; buscar a generalização desse novo conceito.

⁶ Salienta-se que, na maioria das vezes neste texto, se prefere o uso do termo “construindo”, uma vez que se entende que não há um conhecimento pronto apenas esperando “por ser descoberto”, mas, sim, conhecimentos que podem ser **construídos** pelos professores e seus alunos.

Dessa forma, as relações, extensões, semelhanças e diferenças entre, e de, conceitos são efetuadas pelos próprios alunos - a partir de suas idéias existentes em sua estrutura cognitiva - para que formem ou assimilem um novo conceito; o processo do conhecimento pertence ao aluno e não somente seu produto final. Sendo assim, a aprendizagem por descoberta favorece não somente a aprendizagem de um conceito como a oportunidade de resolver problemas e ainda estimula ao aluno adquirir uma compreensão da estrutura fundamental de um conceito ou disciplina.

[...]

"O ensino por descoberta, então, pode-nos ser útil de duas formas: como um meio de proporcionar a aprendizagem de um conceito; ou como um fim, no sentido de proporcionar a aprendizagem de descobrir" (Baraldi, 1999).

Entende-se, assim, que se o professor estiver atento a essas questões e tiver competências adequadas para lidar com elas, certamente suas aulas terão o efeito desejado, ao menos dentro do micromundo no qual ele tem poder de influenciar.

2.3 Das Competências do Professor

Perrenoud (2000) apresenta-nos o que ele chama de dez “famílias” de competências que seriam importantes que os professores tivessem para serem mais bem sucedidos em suas atividades como educadores.

Citam-se, a seguir, essas dez famílias de competências.

Dentre essas famílias de competências, destacam-se, aqui, as que estão mais relacionadas ao escopo dessa dissertação. Para essas, apresentam-se alguns comentários e citações que se julgaram pertinentes aos objetivos deste trabalho. Sugere-se uma leitura mais completa da obra citada, particularmente no caso de se buscarem referências para outros tipos de situações ou propostas.

2.3.1 Organizar e dirigir situações de aprendizagem

- Conhecer, para determinada disciplina, os conteúdos a serem ensinados e sua tradução em objetivos de aprendizagem;
- Trabalhar a partir das representações dos alunos;
- Trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem;
- Construir e planejar dispositivos e seqüências didáticas;
- Envolver os alunos em atividades de pesquisa, em projetos de conhecimento.

O professor precisa usar seu tempo e condição para ampliar o leque de atividades úteis para a aprendizagem e possíveis de serem executadas em suas aulas. É necessário:

"... sobretudo, despender energia e tempo e dispor das competências profissionais para imaginar e criar outros tipos de situações de aprendizagem, que as didáticas contemporâneas encaram como situações amplas, abertas, carregadas de sentido e de regulação, as quais requerem um método de pesquisa, de identificação e de resolução de problemas."

[...]

"... a verdadeira competência pedagógica ... consiste, de um lado, em relacionar os conteúdos a objetivos e, de outro, a situações de aprendizagem" (Perrenoud, 2000).

Sobre a questão do programa das disciplinas, existem muitas discussões a respeito do que deve ainda continuar sendo trabalhado e se assuntos novos devem ou não ser incluídos. Mas o mais importante é *como* os assuntos devem ser abordados em aula.

"Traduzir o programa em objetivos de aprendizagem e estes em situações e atividades realizáveis não é uma atividade linear, que permita honrar cada objetivo separadamente. Os saberes e o *savoir-faire* de alto nível são construídos em situações múltiplas, complexas, cada uma delas dizendo respeito a vários objetivos, por vezes em várias disciplinas. Para organizar e

dirigir tais situações de aprendizagem, é indispensável que o professor domine os saberes, que esteja mais de uma lição à frente dos alunos e que seja capaz de encontrar o essencial sob múltiplas aparências, em contextos variados."

[...]

"... A competência requerida hoje em dia é o domínio dos conteúdos com suficiente fluência e distância para construí-los em situações abertas e tarefas complexas, aproveitando ocasiões, partindo dos interesses dos alunos, explorando os acontecimentos, em suma, favorecendo a apropriação ativa e a transferência dos saberes, sem passar necessariamente por sua exposição metódica, na ordem prescrita por um sumário" (Perrenoud, 2000).

2.3.2 Administrar a progressão das aprendizagens

- Conceber e administrar situações-problema ajustadas ao nível e às possibilidades dos alunos;
- Adquirir uma visão longitudinal dos objetivos do ensino;
- Estabelecer laços com as teorias subjacentes às atividades de aprendizagem de acordo com uma abordagem formativa;
- Observar e avaliar os alunos em situações de aprendizagem;
- Fazer balanços periódicos de competências e tomar decisões de progressão.

Além de conceber, construir, organizar e gerenciar situações de ensino ajustadas às condições cognitivas prévias dos alunos, o professor precisa saber acompanhar o desenvolvimento das atividades pelos alunos. Essas observações devem oferecer subsídios para a avaliação tanto do que os alunos estão aprendendo como da própria estratégia e administração da mesma pelo professor. Essas avaliações ajudarão o professor a planejar a orientação que fará a alunos nos seus estudos individuais e em grupos.

" ... Assim como o médico, uma vez prescrita a medicação, colabora para o bom funcionamento do processo de cura sem controlar cada etapa dele, também o professor colabora para o processo de aprendizagem sem ter de controlar em detalhes as etapas das transformações cognitivas que se produzem nos alunos. Ele identifica uma série de atividades suscetíveis de ativar os mecanismos necessários e as organiza. Entre essas atividades, há aquelas que não precisam de controle quando de sua execução : são as atividades de estudo. Essas atividades estão diretamente ligadas à aprendizagem; fazem parte integrante do ensino; são necessárias para que as transformações que têm lugar na sala de aula aconteçam. Eis a razão por que devem ser previstas, planejadas, organizadas, sustentadas por instruções claras e documentos de trabalhos apropriados" (Saint-Onge, 1999).

2.3.3 Conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação

- Administrar a heterogeneidade no âmbito de uma turma;
- Abrir, ampliar a gestão de classe para um espaço mais vasto;
- Fornecer apoio integrado, trabalhar com alunos portadores de grandes dificuldades;
- Desenvolver a cooperação entre os alunos e certas formas simples de ensino mútuo.

A partir da consciência de que os alunos são diferentes, o professor não pode esperar que um mesmo tratamento dado a toda uma turma heterogênea seja eficaz para a educação dos mesmos. Por um lado, a administração dessa heterogeneidade não significa essencialmente a execução de um “diagnóstico prévio” que objetiva compor grupos homogêneos a partir do grupo original de alunos; objetiva, sim, o enfrentamento dessa heterogeneidade tal como ela se manifesta diante de uma tarefa específica e, em especial, diante de uma situação-problema. Isso leva o professor a dar prioridades às interações entre os alunos, juntos num mesmo trabalho, sem que isso acarrete o abandono ao apoio ou orientação para tarefas específicas e grupos diferentes. Por outro lado, essa administração da heterogeneidade também não significa que se deva renunciar ao uso eventual de grupos de níveis ou ao trabalho em uma composição

estável. É pertinente o trabalho, em alguns momentos, em grupos de necessidades⁷, em outros, em grupos de projeto (Perrenoud, 2000).

Uma maneira de se enfrentar esse tipo de problema é evitar as limitações do trabalho escolar às turmas oficialmente agrupadas de alunos. Trabalhos que envolvam outras turmas, inclusive com grupos de idades diferentes desenvolvendo atividades comuns ou que visam interesses altamente relacionados também oferecem oportunidades de se propiciar a aprendizagem de conceitos ou habilidades específicas. Esse tipo de organização e condução do trabalho escolar pode oferecer oportunidade para a ampliação do trabalho cooperativo dos alunos.

As situações especiais onde aparecem alunos com grandes dificuldades (físicas ou mentais) exigem, também, enfrentamento de maneira especial. O ideal seria, em uma organização de equipe, buscar os recursos para o atendimento desses alunos (mesmo que fosse o caso de ajuda externa à escola, mas sem excluí-los). Do ponto de vista das competências do professor, percebe-se que, com o tempo, estes deverão apropriar-se de pelo menos alguns conhecimentos e habilidades de profissionais de outras áreas como psicoterapeutas, médicos, etc, sem que, com isso, visem transformar-se em qualquer desses (Perrenoud, 2000).

2.3.4 Envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho

- Suscitar o desejo de aprender, explicitar a relação com o saber, o sentido do trabalho escolar e desenvolver na criança a capacidade de auto-avaliação;
- Instituir um conselho de alunos e negociar com eles diversos tipos de regras e de contratos;
- Oferecer atividades opcionais de formação;
- Favorecer a definição de um projeto pessoal do aluno.

Duas das mais importantes tarefas que a educação deve executar é a de fazer com que os alunos *desejem* aprender e que tenham condições de se autoavaliarem no

⁷ Grupos de alunos que se diferenciam dos demais e exigirem um mesmo tipo de apoio por terem limitações semelhantes.

processo. A eficiência do professor em realizar essa última permitirá ao aluno guiar seu próprio desenvolvimento, fortalecendo sua autoconfiança.

"Se a escola quisesse criar e manter o desejo de saber e a decisão de aprender, deveria diminuir consideravelmente seus programas, de maneira a integrar em um capítulo tudo o que permita aos alunos dar-lhe sentido e ter vontade de se apropriar desse conhecimento. Ora, os programas são concebidos para alunos cujos interesses, desejo de saber e vontade de aprender são supostamente adquiridos e estáveis. Seus autores não ignoram que faltam esses pré-requisitos a certos alunos, mas apostam em uma motivação 'extrínseca', imaginando que trabalharão sob a ameaça de uma nota ruim, de uma sanção, de um futuro comprometido ou, para os mais jovens, de uma perda de amor ou de estima da parte dos adultos. Não se pode pedir aos professores que façam milagres quando suas atribuições estão baseadas em uma ficção coletiva. A responsabilidade do sentido a ser construído não poderia repousar apenas nos ombros dos professores.

"Contudo, não esperemos que os autores dos programas tenham diminuído estes para nos questionarmos como se poderia, então, envolver mais os alunos em sua aprendizagem e em seu trabalho. Ter mais tempo é apenas uma das condições necessárias. A competência requerida é de ordem didática, epistemológica, relacional" (Perrenoud, 2000).

Assim, é essencial que o aluno esteja inserido *de corpo e alma* na tarefa de se educar.

"... A atividade que não tem nenhum componente escolhido pelo aluno tem muito poucas chances de envolvê-lo. Estudando os efeitos da organização do trabalho sobre a dinâmica psíquica, Dejours (1993) mostra que o cansaço, o estresse, a insatisfação, o sentimento de alienação e de ausência de sentido aumentam quando a organização do trabalho é rígida e não deixa nenhuma margem à pessoa para adaptar a tarefa a seus ritmos, seu corpo, suas preferências, sua visão das coisas" (Perrenoud, 2000).

2.3.5 Trabalhar em equipe

- Elaborar um projeto em equipe, representações comuns;
- Dirigir um grupo de trabalho, conduzir reuniões;
- Formar e renovar uma equipe pedagógica;
- Enfrentar e analisar em conjunto situações complexas, práticas e problemas profissionais;
- Administrar crises ou conflitos interpessoais.

Se um professor tem dificuldades de trabalhar em equipes, dificilmente pode-se esperar que ele venha a representar um estímulo a seus alunos para que façam isso.

O professor que sabe administrar situações complicadas de conflitos interpessoais e consegue trabalhar com seus colegas, conseguirá obter, com esse contato, subsídios para o enriquecimento de suas próprias aulas.

2.3.6 Participar da administração da escola

- Elaborar, negociar um projeto da instituição;
- Administrar os recursos da escola;
- Coordenar, dirigir uma escola com todos os seus parceiros;
- Organizar e fazer evoluir, no âmbito da escola, a participação dos alunos.

Espera-se que toda escola tenha seu próprio projeto administrativo e que, a partir do mesmo, evolua, tanto na coordenação de suas atividades como na gestão de seus recursos. A participação dos professores deve ser efetiva no processo de construção desse projeto e na execução do mesmo. Além disso, é preciso que os professores incentivem a participação dos alunos nas atividades práticas e de tomadas de decisão no âmbito da escola. Não se trata, aqui, de se esperar que os professores se engajem de forma plena, de modo que suas mentes, os textos legislativos, os procedimentos orçamentários e seus modos de trabalho evoluam no sentido de melhorar a escola. Trata-se, sim, de um lado, da necessidade de suas adesões progressivas a novos modelos; e, de outro lado, da construção dos saberes e competências capazes de fazê-los funcionarem na prática. Afinal, os professores não são os únicos atores da educação

chamados a construir novas competências. O pessoal administrativo também deve aprender a delegar, pedir contas, conduzir, suscitar, ou negociar projetos, incitar sem impor, dirigir sem privar (Perrenoud, 2000).

2.3.7 Informar e envolver os pais

- Dirigir reuniões de informação e de debate;
- Fazer entrevistas;
- Envolver os pais na construção dos saberes.

O envolvimento dos pais na educação de seus filhos acontece de qualquer maneira, quer pela sua participação efetiva na relação entre eles, quer pela omissão. O acompanhamento, pelo professor, do que acontece com o aluno no âmbito de sua família pode ser conseguido adequadamente através de entrevistas ou reuniões com os pais. Os saberes necessários para uma boa condução de uma reunião de informações (ou de debate) passam pela compreensão das ansiedades dos pais. Os reflexos das atividades escolares na vida do estudante fora da escola podem representar um mecanismo para medir a eficácia da educação que ele está tendo. Manter os pais a par da situação em que se encontram seus filhos no âmbito da escola é, do mesmo modo, importante. A partir de situações diversas, os pais podem estar insatisfeitos por razões das mais diversas: temas de casa em número excessivo ou insuficiente, disciplina demasiado estrita ou demasiado laxista, atividades sérias demais ou divertidas demais, etc. Cabe ao professor decodificar, em preocupações aparentemente gerais, preocupações particulares e tratá-las como tal, se não justificarem um debate global. Angústias ou descontentamentos particulares devem ser tratados em âmbito mais apropriado do que reuniões (Perrenoud, 2000).

2.3.8 Utilizar novas tecnologias

- Utilizar editores de texto;
- Explorar as potencialidades didáticas dos programas em relação aos objetivos do ensino;
- Comunicar-se à distância por meio da telemática;
- Utilizar as ferramentas multimídia no ensino.

Espera-se que o professor esteja constantemente se atualizando. A sociedade está evoluindo, criando novos objetos e mecanismos que oferecem mais conforto e desempenho na realização de tarefas, tanto no lar como para o trabalho. Muitos aparelhos construídos nas últimas décadas têm grande utilidade para as atividades docentes. Hoje, dispõe-se de equipamentos e sistemas que oferecem maior eficiência no trato com a informação – computadores, sistemas telefônicos, transmissão e recepção de sinais de TV via satélite e cabo, internet, gravadores e reprodutores de imagens, sons e textos em grandes quantidades e compactadas em pequenos volumes (como os discos para leitura por incidência de raios “laser”), etc. Um fato ou fenômeno pode ser filmado e assistido repetidamente quantas vezes forem necessárias – essa possibilidade de se observar e estudar algo representa um exemplo do que pode e deve ser utilizado pelos professores.

As facilidades no uso da informação são de vital importância. Mas outros tipos de objetos têm sido criados e colocados à venda a preços razoavelmente baixos que, também, podem ser úteis para oferecer aos estudantes condições para que descubram conceitos e relações estudando seu funcionamento. Exemplos disso são os carros elétricos de brinquedo. Alguns tipos desses carros têm velocidade constante; a observação sistemática do movimento desses carros oferece uma situação favorável a construção de conceitos como o de função linear, uma vez que a relação entre o tempo e a distância percorrida é linear em objetos que andam a velocidade constante. Cabe ao professor estar atento ao desenvolvimento tecnológico para perceber eventual utilidade de produtos novos que possam facilitar a aprendizagem de algum conceito ou que possa facilitar seu trabalho em algum outro aspecto.

2.3.9 Enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão

- Prevenir a violência na escola e fora dela;
- Lutar contra os preconceitos e as discriminações sexuais, étnicas e sociais;
- Participar da criação de regras de vida comuns referentes à disciplina na escola, às sanções e à apreciação da conduta;
- Analisar a relação pedagógica, a autoridade e a comunicação em aula;
- Desenvolver o senso de responsabilidade, a solidariedade e o sentimento de justiça.

A formação que se deseja para os estudantes é aquela que o torne um cidadão no sentido lato da palavra. Se um jovem sai de uma escola obrigatória persuadido de que as moças, os negros ou os muçulmanos são categorias inferiores, pouco importa que saiba gramática, álgebra ou uma língua estrangeira. A escola terá falhado drasticamente, porque os professores que poderiam intervir em diversos estágios de seu desenvolvimento escolar não consideraram esses assuntos prioritários (Perrenoud, 2000). Assim, é essencial que o professor não se desvie simplesmente de problemas relacionados com o racismo, sexismo e falta de respeito em geral com o outro.

O trato de questões como essas, bem como da violência que elas, muitas vezes, geram, é bastante delicado - requer perspicácia, vigilância e uma postura constante de dignidade e de respeito para com os anseios dos alunos. Afinal, não se deve orientar o estudante unicamente para seu futuro, a orientação deve se refletir no seu próprio dia-a-dia. Uma possibilidade de se conseguirem resultados pode passar pela construção de um código de condutas decidido em conjunto com os estudantes. A percepção de que eles podem ser os próprios agentes dessas decisões levá-los-á a compreenderem mais facilmente a importância das regras estabelecidas.

2.3.10 Administrar sua própria formação contínua

- Saber explicitar as próprias práticas;
- Estabelecer seu próprio balanço de competência e seu programa pessoal de formação contínua;
- Negociar um projeto de formação comum com os colegas (equipe, escola, rede);
- Envolver-se em tarefas em escala de uma ordem de ensino ou do sistema educativo;
- Acolher a formação dos colegas e participar dela;
- Ser agente do sistema de formação contínua.

É mister que o professor reflita sobre o fato de que ele próprio não é um produto acabado, completo. A todo o instante ele se transforma, aprende. A qualidade da reflexão que faz sobre sua prática determina em que grau está melhorando seu desempenho como educador.

Além disso, tudo a sua volta está mudando. É importante que ele procure se aperfeiçoar cada vez mais, buscando, através dos meios de informação pública e da troca intensa com seus colegas, novas referências para seu trabalho.

Observa-se que, dentro dessa família de competências, encontra-se o saber explicitar as próprias práticas. Perrenoud (2000) entende essa competência como base de uma "autoformação":

- “formar-se não é — como uma visão burocrática poderia, às vezes, fazer crer — fazer cursos (mesmo ativamente); é aprender, é mudar, a partir de diversos procedimentos pessoais e coletivos de autoformação;
- “entre esses procedimentos, podem-se mencionar a leitura, a experimentação, a inovação, o trabalho em equipe, a participação em um projeto de instituição, a reflexão pessoal regular, a redação de um jornal ou a simples discussão com os colegas;
- “sabe-se cada vez mais claramente que o mecanismo fundamental depende do que se chama agora com Schön (1994, 1996) de prática reflexiva

“Reflexivo: o adjetivo presta-se a confusão. Toda prática é reflexiva, no duplo sentido em que seu autor reflete para agir e estabelece a posteriori uma relação reflexiva com a ação realizada. Uma parte de nossa vida mental consiste em pensar no que vamos fazer, no que fazemos, no que fizemos. Todo ser humano é um prático reflexivo. Insiste-se nisso para convidar a uma reflexão mais metódica que não seja movida apenas por suas motivações habituais — angústia, preocupação de antecipar, resistência do real, regulação ou justificativa da ação —, mas por uma vontade de aprender metodicamente com a experiência e de transformar sua prática a cada ano.

“Em todos os casos, a prática reflexiva é uma fonte de aprendizagem e de regulação. A diferença é que nossa maior inclinação é pôr esses mecanismos a serviço de uma adaptação às circunstâncias, de um aumento de conforto e de segurança, ao passo que o exercício metódico de uma prática reflexiva

poderia tornar-se uma alavanca essencial de autoformação e de inovação e, por conseguinte, de construção de novas competências e de novas práticas.

“Saber analisar e explicitar sua prática permite o exercício de uma lucidez profissional que jamais é total e definitiva, pela simples razão de que também temos necessidade, para permanecermos vivos, de nos contar histórias. Uma prática reflexiva não se fundamenta só em um saber-analisar, mas em uma forma de “sabedoria” que permite encontrar seu caminho entre a auto-satisfação conservadora e a autodifamação destruidora...”

Pedro Demo, em *Educação & Conhecimento*, ressalta uma das conclusões a respeito da educação na atualidade:

“Um dos resultados mais contundentes é o reconhecimento de que, para o aluno aprender bem, mister se faz que o professor aprenda bem. Professor não é quem dá aula, mas quem sabe fazer o aluno aprender. Metodologias básicas da aprendizagem parecem ser pesquisa e elaboração próprias, não processos instrucionais de treinamento. Professor como profissional da aprendizagem, não do ensino, pode significar guinada na teoria e na prática da educação” (Demo, 2000).

Em seu livro, Perrenoud (2000) deixa claro que as competências que apresenta não representam tudo com respeito ao desejável, uma vez que podem existir situações peculiares que possam exigir outro tipo de competência além das sugeridas por ele. Além disso, indica que todas as competências apresentadas estão relacionadas entre si com variado grau de intensidade.

3 MODELO PROPOSTO

3.1 Considerações Iniciais

O modelo proposto trata-se de um conjunto de atividades que podem ser feitas por alunos de primeiro ano do ensino médio com a finalidade que eles construam os conceitos de função linear e função afim.

3.2 Modelo Proposto

Essa proposta consiste em colocar os alunos na condição de estarem pesquisando sobre o movimento de carrinhos elétricos de brinquedo. Para tanto, são apresentados aos alunos carrinhos elétricos cuja capacidade de movimento seja unicamente numa direção em velocidade constante; fitas métricas, cronômetros e folhas milimetradas (aconselháveis, mas não necessárias). Num primeiro momento, os alunos familiarizam-se com o material. Não há necessidade de uma grande quantidade de fitas métricas, já que elas não serão utilizadas todo o tempo (apenas para identificar e marcar distâncias no chão ou em faixa de papel que o professor pode fornecer aos alunos). É importante que o trabalho seja executado em pequenos grupos, cada grupo com um carrinho para estudar (e um cronômetro). O aconselhado é que seja feito um sorteio dos carrinhos entre os grupos. As diferentes velocidades (constantes) oferecerão situações onde haverá a construção dos mesmos conceitos – os diferentes valores que serão medidos e calculados entre os grupos oferecerão as variadas situações (todas idênticas em termos de conceitos matemáticos) que serão analisadas por toda a turma durante as etapas onde serão identificados os nomes (convencionados pelos matemáticos) dos conceitos construídos pelos alunos.

A necessidade de que o trabalho seja realizado em grupo vem do fato de que serão necessárias tomadas de tempo para diferentes deslocamentos do carrinho. Alguém precisa controlar as arrancadas e paradas do carrinho (dois estudantes) e outro, o tempo transcorrido (com o uso de cronômetros). Assim, bastam três alunos em cada grupo. Grupos de quatro, ou até cinco, alunos podem funcionar muito bem, já que eles próprios

podem se dar conta da necessidade de se tomarem tempos de movimentos do carrinho com diferentes pessoas largando, parando o carrinho e controlando o cronômetro em rodízio (utilizando médias dessas tomadas de tempo com as diversas situações). o próprio professor pode sugerir essa maneira de controlar a precisão das medidas feitas.

Uma necessidade que se apresenta claramente aos estudantes (sem que o professor precise dizer a eles) é a de se construir uma “pista” em linha reta por onde o carrinho vai andar. Tanto a concepção da mesma, como as marcações que eles farão nela serão da escolha do grupo. O que se espera que aconteça é que os alunos, naturalmente, fixem uma ponta da pista como ponto de partida do carrinho e a identifiquem como sendo “0” (zero). Caso isso não ocorra, o professor precisa sugerir a eles que o façam.

O professor orienta os alunos para que construam uma tabela em duas colunas indicando os valores de cada posição e do tempo (gasto para que o carrinho alcance a posição). A decisão de que medida será representada na primeira coluna será da escolha dos alunos. O professor pode, apenas por exemplo, sugerir que os alunos identifiquem a coluna dos tempos pela letra “ x ” e a coluna das posições pela letra “ y ”.

Cabem, aqui, algumas observações importantes. Pode acontecer que, em momentos futuros, os alunos precisem estar familiarizados com notações diferentes. Assim, é aconselhável que os alunos utilizem notações algumas vezes à sua própria escolha e, em outras, dentro de um critério de convenções internacionais. Uma vez que os conceitos estejam compreendidos, isso deverá se tornar irrelevante para os alunos. Por outro lado, o uso de algumas notações convencionadas internacionalmente facilitará a eles a leitura de material bibliográfico relacionado ao assunto. A notação das medidas de tempo, por exemplo, pela variável “ t ” é altamente coerente para nossa língua. No desenvolvimento de aulas como a dessa proposta, aparece o conceito de velocidade (é esperado que os alunos, na generalização das igualdades conseguidas ao fim, a identifiquem por “ v ” por óbvias razões).

Após as tomadas de tempo e seus registros na tabela construída, o professor orienta os grupos para que todos ampliem a tabela, construindo uma terceira coluna, onde representarão o quociente dos valores da coluna das posições pelos valores das medidas de tempo linha a linha respectivamente.

Os alunos perceberão, imediatamente, que os valores desses quocientes, salvo pequenas variações, são iguais. Sempre haverá o risco de algum grupo executar de forma imprecisa as tomadas de tempo. A comparação que eles farão com os resultados dos outros grupos deverá levá-los a perceber o que aconteceu. Caso os alunos não sugiram a escolha da média dessas “quase” constantes como representante “da” constante, o professor pode fazer isso (o conceito de média precisa já ter sido construído por esses alunos).

Nesse estágio de seu desenvolvimento, os alunos já devem ter construído o conceito de velocidade (ou, ao menos, estar familiarizado a ele). Assim, espera-se que os grupos que tomaram os tempos com boa precisão orientem os colegas na percepção de que a constante conseguida representa a velocidade do carrinho (que, embora possa ser diferente para diferentes grupos, é constante em todos eles). Num caso no qual **todos os grupos** medirem de forma muito imprecisa os tempos gastos pelos carrinhos, fato extremamente improvável se a turma constituir-se de três ou mais grupos, o professor deve sugerir a pergunta sobre o que significa o quociente calculado.

A percepção de que os quocientes são os mesmos para as diversas tomadas de tempo indica a existência de uma relação de proporcionalidade entre as duas variáveis observadas pelo grupo no processo. O professor precisa, nesse momento, sugerir que os alunos escrevam uma igualdade que identifique essa relação. É esperado que construam a equação $\frac{y}{x} = v$, onde x representa os valores dos tempos e y , as diversas posições do carrinho (que se identificam, aqui, com os diversos tamanhos de percursos ou *deslocamentos*). Os valores de v serão diferentes para dois grupos que trabalhem com carrinhos de diferentes velocidades.

Agora será solicitado aos alunos que construam um gráfico que represente o movimento do carrinho. A construção desse gráfico envolve o estabelecimento de uma escala adequada para as medidas de tempo e comprimento, de maneira que o gráfico possa caber na folha que utilizarão (milimetrada ou não). O resultado é a percepção de que os pontos apresentados no gráfico estão alinhados segundo uma única reta (exceto, talvez, por diminutos desvios). Torna-se útil orientar os alunos para proceder a uma confirmação do que, a essa altura, todos suspeitam – se escolhermos outras distâncias a percorrer (ou outros tempos) e verificarmos os tempos gastos pelo carrinho para fazê-lo

(ou os percursos feitos nesses tempos escolhidos), obteremos pontos no gráfico alinhados, também, aos demais.

A partir disso, a orientação será para que os alunos isolem a variável y na igualdade obtida e construam um esboço de gráfico em plano cartesiano que represente essa ($y = vx$). O resultado será a passagem dessa reta praticamente sobre todos os pontos calculados pelas tomadas de tempo. Nesse momento, o professor pode apresentar ao alunos o nome do tipo de função que eles acabaram de construir – *função linear*. Cabe uma breve discussão para esclarecer o porquê do termo *linear*.

Nesse estágio das atividades, pode ser feita a identificação da relação entre os quocientes calculados e a representação gráfica construída. Caso, como é esperado, os alunos já tenham construído o conceito de *tangente*, pode ser feita a identificação da relação geométrica com a velocidade e a tangente do ângulo que a reta determina com o sentido positivo do eixo das *abscissas*. Para efeito de construção do conceito de função linear (ou de função afim) essa identificação não é imprescindível. Isso pode ser feito em aulas futuras.

A generalização da relação que existe entre *a equação na forma construída* e *o gráfico obtido* pode ser feita com toda a turma. É interessante a exposição de um gráfico representando uma reta genérica, construído pelo professor, sem identificação de pontos nos eixos, mas apresentando uma inclinação aproximada à média das inclinações dos gráficos dos alunos. Junto a esse gráfico, apresenta-se a equação $y = vx$ (ou usando a notação com as variáveis que os alunos escolheram caso tenha havido unanimidade).

Esse momento da aula pode ser de fechamento. Pode-se propor atividades de fixação, através da resolução de problemas considerando situações hipotéticas com carros que andem com outras velocidades (até com carros reais). Esses problemas podem ser do tipo construção de equação e gráfico a partir de velocidade conhecida, identificação de velocidade e construção da equação a partir de gráfico desenhado. Esse último tipo de problema pode representar um pequeno mas interessante desafio, pois essa atividade exige a construção de triângulo retângulo e posição adequada no gráfico, cálculo e construção da equação.

Para os próximos passos, pode ser necessário um outro dia (se o professor não dispuser de tempo para essa continuidade).

Dependendo das condições cognitivas prévias dos alunos, se o conceito de plano cartesiano e a habilidade em manuseá-lo foi bem construída, eles não terão maiores dificuldades em resolver o seguinte problema: apresenta-se um gráfico para cada grupo que represente uma reta paralela a que eles encontraram antes (inclusive desenhado sobre o mesmo sistema de referência deles), mas deslocada de tal maneira a interceptar o eixo das ordenadas em um ponto y_o escolhido pelo professor e propor que o estudem com a finalidade de descobrir o que ele representa com respeito ao movimento do carrinho. Os alunos identificarão, por si mesmos, a posição y_o com o ponto de partida do carrinho (pode acontecer que algum grupo faça tomadas de tempo, para confirmar essa afirmação). É recomendável escolher-se um ponto y_o positivo numa primeira provocação – um valor negativo poderá se tornar uma dificuldade grande demais (o esperado é que as pistas não apresentem posições “negativas”).

O professor pode propor que os grupos escolham pontos de partida diferentes dos anteriores (todos na origem “0” da pista) e elaborem um processo análogo ao anterior. Um ou mais grupos podem optar por um ponto de partida antes do “0” da pista. Isso resultará em uma representação interessante nesse estágio. Essa atividade poderá oferecer a construção imediata do gráfico correspondente (no mesmo plano anterior) por alguns grupos de alunos, mas a construção da equação que define a relação entre as variáveis estudadas não é imediata. O professor propõe que os grupos construam tabelas como anteriormente, só que com três colunas, a terceira coluna será usada para representar os valores de $y - y_o$, onde y_o representará a posição que eles escolheram. Depois, os alunos calcularão os valores de uma quarta coluna, constituída pelos quocientes $\frac{y - y_o}{x}$ de cada linha. Os alunos identificarão os valores conseguidos com a velocidade constante do carrinho. A construção da equação dar-se-á pela percepção de que $\frac{y - y_o}{x} = v$. A solicitação do professor para que isolem y nessa equação e construam o gráfico correspondente produzirá a equação *reduzida* de outra reta paralela a anterior, só que deslocada para a posição y_o no eixo das ordenadas.

Nessa etapa, pode ser lançado outro desafio: o professor apresenta um gráfico (para cada grupo e no próprio plano cartesiano representado por eles) que apresente o esboço de uma reta passando por um ponto y_o , com inclinação em módulo igual à anterior, só que negativa. Eles deverão interpretar o que esse gráfico significa com

relação ao movimento do carrinho. Nesse caso, se não identificarem de imediato o sentido contrário de percurso do carrinho, poderão representar, na pista, as posições do carrinho associadas a cada ponto do gráfico apresentado a eles. Essa estratégia pode ser sugerida pelo professor.

Novamente, o professor pode propor que os grupos sigam os mesmos passos de tomadas de tempo, construção de equação e gráfico como feito na última vez (com a tabela de quatro colunas). O resultado será análogo ao anterior, com o gráfico de inclinação negativa (de módulo igual à anterior).

Em aulas seguintes, podem ser propostas novas provocações com gráficos exibindo retas representando relações entre outros tipos de variáveis e serem solicitadas interpretações dos significados desses gráficos com respeito às variáveis intervenientes. Uma vez que eles tenham compreendido o sentido da inclinação positiva/negativa, não terão dificuldades em associar esses conceitos a outras situações.

Existem muitas situações reais que poderiam gerar funções lineares e afins. Na verdade, qualquer situação onde aparecem duas variáveis envolvidas que sejam *proporcionais* tem essa propriedade. A opção pelo uso dos carrinhos tem sua origem nos seguintes desejos:

- de fazer com que os alunos manuseiem objetos e observem fenômenos que fornecem essas associações sem esforços adicionais além das condições cognitivas em que se encontram;
- de que os objetos utilizados façam parte da realidade dos alunos (se não da realidade imediata, do passado ou de algum anseio);
- de que a proposta não represente maiores dificuldades em termos materiais – em boa parte das escolas, é comum que alunos tenham relógios com cronômetros ou os mesmos podem, assim como os carrinhos, ser comprados a baixíssimo preço atualmente – importados da China;
- de oferecer oportunidade para que os alunos percebam as íntimas relações existentes entre o movimento de objetos (normalmente, só estudado nas aulas de física), o conceito de função e representações geométricas (normalmente, só estudadas na matemática);

- de que os alunos se tornem agentes reais desse tipo de construção, mitificada por muito tempo pelos professores quando falam de cientistas famosos do passado (como, por exemplo, Isaac Newton);
- de assistir à percepção dos estudantes de que a observação criteriosa e sistemática de certos fenômenos pode permitir construções bastante curiosas (e, eventualmente, úteis) sem que para isso seja necessário ser um “nerd”, ou, para usar uma expressão autóctone, um “cdf”.

3.3 O mesmo Modelo: Uma outra Proposição

Cabe observar, no entanto, que pode haver situações onde o uso dessa proposta não represente algo tão tranquilo assim. No Brasil há regiões onde o grau de pobreza material é muito grande, escolas praticamente sem infraestrutura decente, professores que ganham um salário-mínimo ou até menos. Cabe, nesses casos, se não houver mudanças na situação material, buscar outros caminhos para colocar os alunos em situação que os leve a construir esses conceitos. Embora isso possa parecer utópico para alguns céticos, uma alternativa, se não excelente, bastante razoável, é a de construir trilhos de madeira, por exemplo, com encaixe ou pregados em forma de “V” longitudinalmente. Esses trilhos precisam ter um comprimento de três a cinco metros. A turma precisará de pelo menos um relógio com cronômetro, trena, régua de prumo e bolinhas de gude. Uma vez que pode ser necessário compartilhar um relógio por vários grupos de alunos, o tempo que será gasto no processo será um pouco maior. Esses materiais podem ser conseguidos com o auxílio de profissionais da comunidade, como carpinteiros e marceneiros que podem, inclusive, envolver-se na orientação dos alunos durante a manufatura dos materiais – esse envolvimento inclusive é interessante para os alunos entenderem melhor como trabalham esses profissionais e a importância de seu trabalho para a comunidade onde vivem. A experiência se dá da seguinte maneira: O trilho deve ser fixado com inclinação extremamente pequena em relação à horizontal bem fixada com a régua de prumo (por exemplo, uma das pontas com um apoio de um ou dois milímetros de altura). Uma pequena esfera (que pode ser uma bolinha de gude) solta na ponta mais elevada andarà para a outra direção praticamente com velocidade constante (a inclinação é pequena, o que faz com que a aceleração devida à gravidade é eliminada pelo atrito com o ar e o contato com a madeira). O professor deve testar essa

inclinação antes para saber qual é a apropriada. Os alunos farão marcas nos trilhos usando a trena.

Essa estratégia não tem a riqueza de possibilidades que o uso dos carrinhos tem, uma vez que não se poderia largar a bolinha de gude antes do ponto zero, a menos que o mesmo esteja marcado longe dos extremos do trilho, e ainda tem a impossibilidade do deslocamento no sentido contrário (não permitindo a construção natural de função linear ou afim cuja reta representante no gráfico tenha inclinação negativa). Para escapar desses dois problemas, existe a alternativa de se marcarem as posições da pista fora (independente) do trilho, de modo que o trilho possa ser posicionado para que a bolinha de gude desloque-se a partir de qualquer ponto e em qualquer sentido em relação à pista.

3.4 Considerações finais

A apresentação dessa última sugestão de atividades teve o intuito de apenas ilustrar a imensa gama de alternativas que se apresentam quando pensa-se com cuidado a respeito de certos conceitos matemáticos e o que eles representam na realidade que nos rodeia. A percepção e o aproveitamento dessas alternativas em aulas de matemática exigem um pouco mais do que a simples tomada de consciência disso. Além do conhecimento do assunto que deve abordar com seus alunos, uma boa dose de criatividade ou esforço na busca de referências ou sugestões de atividades na literatura disponível é parte do que se espera de um professor.

4 APLICAÇÃO

4.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo, descreve-se uma situação de sala de aula onde foi experimentado o modelo descrito no capítulo anterior. O professor da disciplina que executou a experiência era aluno de um curso de Licenciatura em Matemática orientado pelo autor dessa Dissertação.

4.2 Descrição da Turma

O grupo de alunos com o qual se fez a experiência consistia-se de uma turma de Supletivo de 2º grau composta, inicialmente, por 52 alunos. Com a evasão, restaram 36 alunos. Todos adultos, entre 19 e 50 anos. 32 deles trabalhavam durante o dia e estudavam à noite. Tratava-se de uma turma heterogênea em termos de conhecimentos formais de matemática. A maioria esteve por muitos anos afastada da escola e tinha sérias dificuldades em tratar com conteúdos de 1º grau, pré-requisitos para o bom desenvolvimento dos conteúdos que deveriam aprender nessa disciplina.

Além disso, para essa turma, o professor dispunha de reduzida carga-horária para desenvolver todo o conteúdo de matemática do 2º grau (160 horas-aula). Esse fato representava considerável empecilho para o aprofundamento de quaisquer conceitos ou para o desenvolvimento de habilidades matemáticas relacionadas aos mesmos.

4.3 Atividades de Revisão de Pré-Requisitos

Foram ministradas duas horas-aula com exposição e trabalhos individuais sobre representação de pontos no plano cartesiano. Segundo o professor, não havia sido feita revisão sobre o conceito de tangente, possível interveniente na construção do conceito de função linear e afim.

4.4 Material utilizado

Foram utilizados três carrinhos a pilha (com velocidades constantes), formulário contínuo de impressora (para construção das pistas), três cronômetros e três trenas. Essa quantidade de material utilizado é devida a que, no dia dessa experiência, havia apenas onze alunos presentes. O professor sugeriu aos alunos que se subdividissem em três grupos.

A figura 4.1, a seguir, apresenta o material utilizado pelos alunos.

Figura 4.1: Material utilizado pelos alunos na experiência



4.5 Procedimentos

- 1) Foi apresentado aos alunos o material que eles utilizariam para a atividade daquele dia.
- 2) Foi-lhes solicitado que se reunissem em grupos de 3 ou quatro alunos e escolhessem um nome para seu grupo.

- 3) Foi-lhes solicitado que construíssem como bem lhes aprouvesse uma pista com marcações de distâncias e um ponto de partida. Eles deveriam estudar o movimento dos carrinhos, cada grupo fazendo ao menos 10 tomadas de tempo na pista. É importante salientar que eles próprios escolheram as distâncias entre as marcações na pista, bem como se marcariam o tempo em função das distâncias ou as distâncias em função do tempo em tabelas que deveriam construir (Figura 4.2, Figura 4.3, Figura 4.4).

Figura 4.2: Construção de uma pista por onde o carro andaria



Os alunos participaram ativamente das atividades de tomada de tempo com os carrinhos, chegando, muitas vezes a refazer as tomadas para garantir os valores encontrados.

Figura 4.3: Carro andando numa pista



Figura 4.4: Execução de tomada de tempo com cronômetro



O professor apenas observou as atividades até que terminassem as tomadas de tempo e construísssem a tabela de duas colunas - tempo e posição (Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7).

O professor orientou os alunos para que construísssem uma terceira coluna na tabela de cada grupo onde constassem os resultados das divisões do valor de cada posição (nesse caso, distância percorrida) pelo valor do tempo correspondente. Os próprios alunos deram-se conta do fato do resultado ser o mesmo (aproximadamente) para as diversas tomadas de tempo. Esse resultado (constante) foi identificado por eles como a *velocidade* do carrinho.

Depois disso, os alunos foram orientados para que identificassem a variável *tempo* com a letra x e a variável *posição* com a letra y . Concluíram, sem dificuldade, a relação $y=ax$, onde a representava a velocidade (constante) de cada carrinho. É importante observar que os carrinhos desenvolviam velocidades diferentes, determinando diferentes relações encontradas pelos grupos de alunos.

O próximo passo foi a construção de um gráfico que fizesse a representação cartesiana da relação entre essas duas variáveis.

A tabela 4.1 apresenta os valores medidos pelo grupo de nome “Therê”. A equação construída pelo grupo, por aproximação, foi $\frac{y}{x} = 31$. Após isolarem y , obtiveram $y = 31x$. A figura 4.8 representa o esboço de gráfico construído pelo mesmo grupo a partir dos dados que eles encontraram. O grupo “Temporal” construiu a equação $\frac{y}{x} = 37$ (e, posteriormente, isolando “ y ”, conseguindo $y = 37x$). A tabela 4.2 e a figura 4.9 referem-se aos dados do grupo “Temporal”. Apresentam-se, aqui, os dados desses dois grupos por que foram conseguidos pela observação de carrinhos de velocidades diferentes. Chama-se a atenção para o fato de que a tomada de tempo do menor percurso medido (30 cm) apresenta o maior desvio em relação à média em ambos os grupos. Essa tomada de tempo exige muita rapidez de reflexo e coordenação dos alunos envolvidos nessa medição. A partir dessa observação, percebe-se que essas tomadas de tempo (e a experiência como um todo) seriam mais eficientes com o uso de carrinhos de baixa velocidade.

Um primeiro problema encontrado por alguns deles foi o de identificar a escala adequada para construção do gráfico. A maioria dos alunos estava familiarizada suficientemente com esse conceito e tinham habilidade para calcular o resultado necessário. Os alunos que tinham essa habilidade explicaram aos outros como deveriam fazer e, assim, todos os grupos puderam construir seus gráficos. A partir dessa observação, levanta-se outra recomendação importante: que construídos gráficos em escala grande o suficiente para que se tenha maior precisão em sua construção – o uso de folhas milimetradas de tamanho grande seria bastante apropriado.

Figura 4.5: Alunos realizando tomadas de tempo com o carrinho deslocando-se sobre uma pista marcada num pedaço de formulário contínuo em sala de aula



Figura 4.6: Alunos fazendo tomadas de tempo com o carrinho deslocando-se sobre a mesa de um laboratório de química



Figura 4.7: Pista desenhada com giz no piso de um laboratório de química



Tabela 4.1: Primeira tabela construída pelo grupo “Therê”

x Tempos	y Posição	$\frac{y}{x}$
1,03	30	29,1
1,97	60	30,5
2,95	90	30,5
3,88	120	30,9
4,78	150	31,4
5,8	180	31,0
6,7	210	31,3
7,57	240	31,7
8,89	270	30,4
9,69	300	31,0
Média (já arredondada)		31

Figura 4.8 Primeiro gráfico do grupo "Therê"

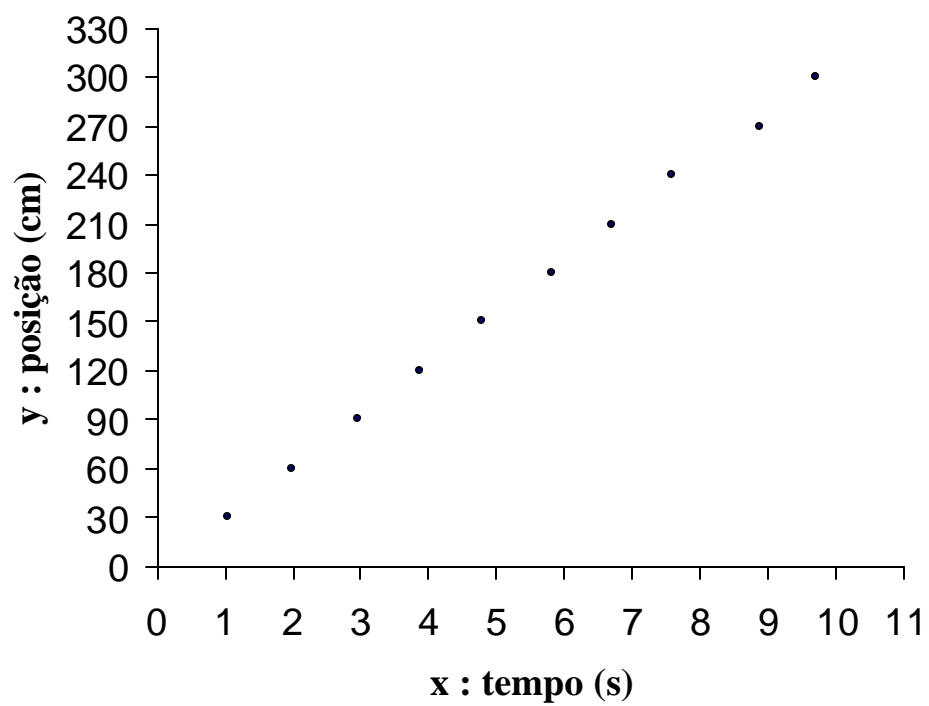
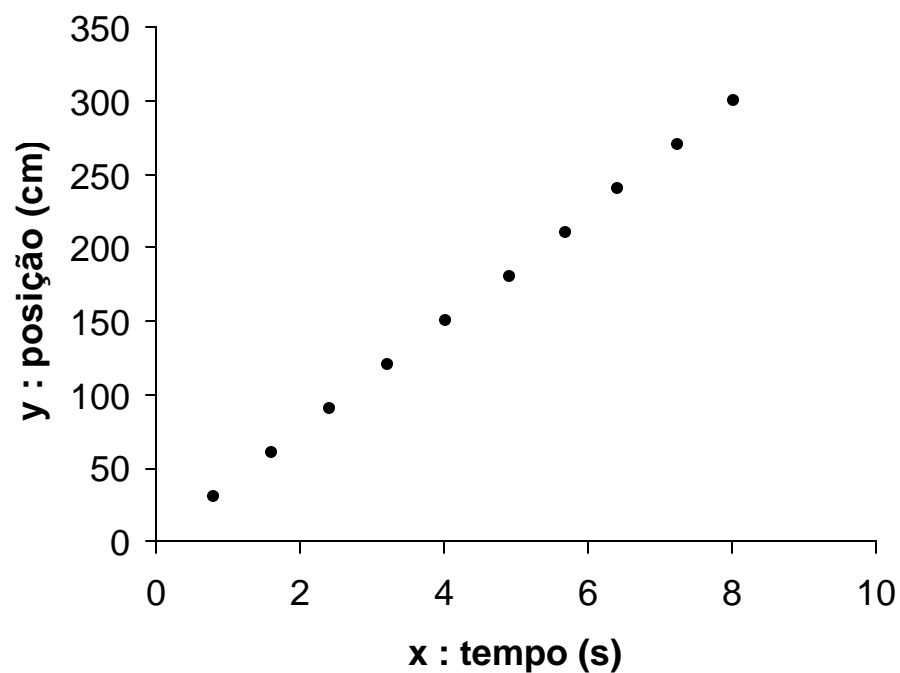


Tabela 4.2: Primeira tabela construída pelo grupo “Temporal”

x Tempos	y Posição	$\frac{y}{x}$
0,82	30	36,6
1,61	60	37,3
2,43	90	37,0
3,23	120	37,2
4,03	150	37,2
4,91	180	36,7
5,7	210	36,8
6,41	240	37,4
7,25	270	37,2
8,03	300	37,4
Média (já arredondada)		37

Figura 4.9: Primeiro gráfico do grupo "Temporal"



Os próprios alunos chegaram a conclusão de que o resultado do gráfico está contido numa reta interceptando a origem do plano cartesiano. Por outro lado, O professor solicitou-lhes que fizessem outras tomadas de tempo, tanto a partir de tempos como a partir de posições ainda não representados no gráfico. O resultado foi o

esperado. Concluíram que se tratava, realmente, de uma relação que é representada por uma reta no plano cartesiano.

Foi-lhes perguntado o que identificava as diferentes inclinações das retas. Não tiveram dificuldade em dizer que representava as diferentes velocidades dos carrinhos. Perguntados sobre uma outra representação de reta passando pela origem com inclinação superior a qualquer das inclinações das retas que eles construíram, foram de imediato dizendo que essa outra reta representava o movimento de um carrinho de velocidade maior.

Nesse momento, caberia orientá-los para perceberem a relação entre o valor encontrado constante nas divisões e o que ele representava geometricamente na representação gráfica. É evidente que eles conseguiriam fazer essa associação por si próprios: que as divisões representava os quocientes, para cada tempo x , das alturas (em relação ao eixo das abcissas) y pelos tempos correspondentes x . Provavelmente não teriam usado essa terminologia formal, mas a idéia seria alcançada. Essa atividade permitiria ao professor solicitar que construíssem a equação que representa algebricamente a última reta (apresentada pelo professor).

Uma vez que o professor não tinha como objetivo que os alunos identificassem, nessa aula, a relação desse estudo com o conceito de tangente (nem mesmo ele revisou com eles esse conceito), não lhes foi sugerida nenhuma atividade que levassem eles a desenvolver esse estudo nessa direção. Conforme tinha sido orientado pelo autor desta Dissertação, o professor tomou o cuidado de não chamar essa constante de "coeficiente angular" como é chamada pelos matemáticos.

Neste trabalho foi identificada a relação entre a constante reconhecida pelos matemáticos como coeficiente linear e o ponto onde a reta intercepta o eixo das ordenadas.

A próxima tarefa que o professor solicitou que fizessem foi de fazer novas tomadas de tempo de maneira análoga a anterior, mas tendo como pontos de partida outras posições que não a origem da pista (identificado pela posição "zero"). Esses pontos seriam escolhidos pelos próprios grupos, restringindo-se, apenas, que um fosse antes da origem e outro depois dela.

Novamente, foram construídos gráficos e tabelas como anteriormente. Só que, ao estágio de cálculo dos quocientes, foi solicitado que construíssem duas novas

colunas. Uma coluna com os valores de y subtraído da posição de partida do carrinho, sendo que essa posição deveria ser identificada como negativa caso o carrinho partisse de antes da origem. Essa posição de partida foi identificada pela letra b . A última coluna com os quocientes de $y-b$ por x . O resultado foi que obtiveram, novamente, a mesma constante. A construção da representação gráfica desse movimento no mesmo plano cartesiano representado antes ofereceu-lhes, de imediato, a confirmação da relação entre a inclinação da reta representada e a velocidade do carrinho.

O professor solicitou-lhes que encontrassem a relação algébrica entre as variáveis. Todos os grupos concluíram que essa relação era $y=ax+b$, onde a representava a velocidade do carrinho e b representava o ponto de partida dele ou o ponto de intersecção da reta resultante com o eixo das ordenadas.

O professor propôs exercícios de fixação que deveriam ser feitos fora do horário de aula. Esses exercícios eram de três tipos: o primeiro, de representar, graficamente, o comportamento do movimento de um carro hipotético com características mais próximas de um automóvel com velocidade estipulada pelo professor (os alunos podiam escolher comprimento de pista, pontos de partida e sentido de percurso – a escala em que construiriam o gráfico ficava por conta deles também); o segundo, de identificar, em gráficos construídos pelo professor (e impressos em uma folha que ele lhes forneceu), as características dos carros cujos movimentos eles representavam; o terceiro, de construir, a partir de equações apresentadas pelo professor, os gráficos correspondentes.

Em aulas posteriores, o professor retomou os trabalhos que ele orientara que fizessem, avaliando-os com os mesmos grupos da aula anterior e deixando que outros alunos (que não compareceram na aula anterior) fizessem as mesmas experiências só que deu menos tempo para esses. Segundo o professor, os alunos que participaram da primeira experiência aparentaram estar muito à vontade ajudando os colegas para que chegassem onde eles tinham chegado. Depois disso, trabalhou com seus alunos a relação dessa constante “ a ” (identificada por eles como a velocidade do carrinho) com a tangente do ângulo da inclinação da reta construída no gráfico correspondente. Pode nomear, então, essa constante como o *coeficiente angular* dessa reta.

Contatando o professor, descobriu-se que o mesmo tinha percebido uma melhoria significativa na aprendizagem dos conceitos de função linear e afim em relação a turmas anteriores à primeira experiência. O professor informou que, em todas

as outras turmas, no momento de introduzir esses conceitos, segundo sua própria expressão, ele “levava os carrinhos embaixo do braço” e procedia a aula como planejada. A diferença é que retomava, com os alunos, o conceito de tangente antes dessa aula. Foi-lhe perguntado se tinha tentado executar outros tipos de aulas onde os alunos construíssem outros conceitos de matemática a partir de situações familiares a eles. A resposta foi de que, “lecionando em três escolas diferentes e com uma família para cuidar, ele não dispunha de tempo para criar essas situações e programar essas aulas”.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

5.1 Conclusões

De um lado, tem-se o discurso, apresentado na fundamentação teórica, a respeito de como a aprendizagem ocorre, que competências o professor precisa para executar eficientemente seu trabalho e das maneiras desejáveis de se conduzir atividades de ensino. Incluso nesse discurso, estão as referências que dão sustentação para esse tipo de proposta de atividades. Entende-se que isso, junto com a compreensão do que significam todos os conceitos e relações matemáticas e físicas intervenientes, já oferece suficientes argumentos para justificar essa proposta apresentada para construção do conceito de função linear e afim.

De outro lado, têm-se as aulas executadas pelo professor que aplicou o modelo proposto que nos indicam o potencial que esse tipo de aula pode representar. Lembra-se, aqui, que as turmas do referido professor consistiam de alunos de supletivo em aulas noturnas, com pouco tempo para desenvolver uma grande quantidade de conteúdos de matemática. Além disso, que o professor dispunha de pouquíssimo tempo para preparo de suas aulas – quanto mais, tentar inová-las. Ainda assim, o professor percebeu uma melhoria dessas turmas com respeito a compreensão daqueles conceitos, comparativamente às turmas anteriores à execução da primeira experiência. Em situações mais favoráveis, entende-se que se poderia chegar bem mais longe em termos de aprendizagem. Bastariam, por exemplo, mais tempo para que os alunos pudessem construir outros conceitos intervenientes nas atividades sugeridas por essa proposta, e mais tempo para que o professor de matemática pudesse discutir com o professor de física e programar, com ele, atividades conjuntas análogas a essas.

A aplicação do modelo representou grande envolvimento dos alunos em seu processo de construção dos conceitos de função linear e afim. A própria forma com que foram orientadas as atividades e o que as mesmas representavam levou os alunos a

compreenderem as relações entre as representações algébricas e geométricas percebidas a partir da realidade que observaram.

Essa experiência levou o professor a reflexão sobre a sua prática, conscientizando-o da necessidade e da possibilidade de mudança. A partir desse modelo, pode-se perceber que conceitos matemáticos básicos têm seus significados intrinsecamente ligados a realidades próximas dos sujeitos que, se espera, apreendem esses conceitos. Portanto, a observação da realidade a nossa volta pode levar a construções de processos de aprendizagem alternativos aos que os professores de matemática hoje utilizam em suas aulas.

5.2 Recomendações para Futuros Trabalhos

Outros conceitos que poderiam ser trabalhados com esse tipo de material (os carrinhos elétricos), ainda se limitando ao envolvimento dos professores de física e matemática, são os relativos aos fenômenos de eletromagnetismo, tração e transformação de energias.

Pode-se, também, sugerir o envolvimento de outras áreas (de outros professores) nessa própria proposta de atividades. Os professores de Geografia e de História, por exemplo, poderiam em suas aulas, na mesma época ou próxima, analisarem com seus alunos os aspectos políticos, históricos e geográficos que determinam o uso desses carrinhos (importados, todos, da China) ao invés de carrinhos nacionais.

De qualquer maneira, fica mostrado que mesmo professores que têm pouco tempo ou cujas escolas onde trabalham não dispõem de uma infraestrutura sofisticada (laboratórios) podem, ao menos eventualmente, estabelecer situações mais propícias para que a aprendizagem ocorra. Fazem-se necessárias criações desse tipo de situação e divulgação intensa para que educadores interessados em melhorar o seu trabalho possam apropriar-se delas, adaptando-as para as condições das próprias turmas de alunos com que trabalham.

Espera-se que o presente trabalho represente contribuição significativa para outros educadores preocupados em dar o melhor de si em sua imprescindível tarefa de educar nossas crianças.

BIBLIOGRAFIA

- AGUIAR, A. F. A.; XAVIER, A. F. S.; RODRIGUES, J. E. M.. Cálculo para as ciências médicas e biológicas. São Paulo: Ed. Harbra Ltda., 1988.
- BARALDI, Ivete Maria. Matemática na escola: que ciência é esta? Bauru: EDUSC., 1999.
- BATSCHULET, E.. Introdução à matemática para biocientistas. São Paulo: EDUSP, 1978.
- BONAMINO, Alícia & FRANCO, Creso. Avaliação e política educacional: O processo de institucionalização do SAEB. Cadernos de Pesuisa, n.108, p.101-132, novembro, 1999
- BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.
- CLOTILDE, Vera. Funções elementares : 100 situações-problema de matemática. Porto Alegre: Ed. da Universidade/UFRGS, 1993.
- Crawford, Michael & White, Mary. Strategies for mathematics: Teaching in context. Educational Leadership; vol.57, no.3, p.34-38: Alexandria; 1999.
- DEJOURS, C. Travail: usure mentale. De la psychopathologie à la psychodynamique du travail. Paris: Bayard Éditions, 1993
- DEMO, Pedro. Desafios modernos da educação. Petrópolis, RJ: Ed. Vozes Ltda, 1993.
- DEMO, Pedro. Educação e conhecimento. – Petrópolis, RJ: Ed. Vozes, 2000.
- DESCARTES, René. Rules for the direction of the mind. In: Britannica Great Books of the Western World. London, 1955.
- FREIRE, Paulo & FAUNDEZ, Antonio. Por uma pedagogia da pergunta. Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra S.A., 1985.
- FREIRE, Paulo & SHOR, Ira. Medo e ousadia - o cotidiano do professor. Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra S.A., 1986.
- GIOVANNI, J. R.; BONJORNIO, J. R.; GIOVANNI Jr, J. R..Matemática fundamental, 2o grau: volume único. São Paulo: FTD, 1994.
- HALLIDAY, David & RESNICK, Robert. Física I. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1976.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS. Net, Brasília(DF). Seção Censo. Disponível em:
<<http://www.inep.gov.br/censo/default.htm>>. Acesso em: 27 de julho de 2001 às 19h30min.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS. Net, Brasília(DF). Seção Censo. Disponível em:
<<http://www.inep.gov.br/enem/default.htm>>. Acesso em: 27 de julho de 2001 às 20h.

- MACHADO, Nilson José. Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1991.
- MOISE, Edwin E. & DOWNS Jr., Floyd L.. Geometria moderna. Vol. 1 e 2, São Paulo: Ed. Edgard Blücher Ltda., 1971.
- PERRENOUD, Philippe. Construir as competências desde a escola. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.
- PERRENOUD, Philippe. Dez novas competências para ensinar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
- PIAGET, Jean. A Epistemologia genética. Série "Os Pensadores". São Paulo: Ed. Abril Cultural., 1983.
- PIAGET, Jean. Problemas de psicologia genética. Série "Os Pensadores". São Paulo: Ed. Abril Cultural., 1983.
- POSAMENTIER, Alfred S. & STEPELMAN, Jay. Teaching Secondary Mathematics: techniques and enrichment units. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1999.
- SAINT-ONGE, Michel. O ensino na escola. São Paulo: Edições Loyola, 1999.
- SCHANK, Roger C. & CLEARY, Chip. Engines for Education. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1995.
- SCHÖN, D. Le praticien réflexif. Montreal: Éditions Logiques, 1994.
- SCHÖN, D. "À la recherche d'une nouvelle épistémologie de la pratique et de ce qu'elle implique pour l'éducation des adultes", *in* BARBIER, J. M. (org.), *Savoirs Théoriques et savoirs d'action*. Paris: PUF, p. 201-222, 1996.
- WHITEHEAD, Alfred North. The aims of education. New York: The New American Library of World Literature, Inc., 1951.